

# Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2021–22 учебный год

## 4 класс

**Время выполнения заданий — 180 минут    Максимальный балл — 100**

*В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором НЕ разрешается. Правильные ответы будут выложены на сайте [www.kazan-math.com](http://www.kazan-math.com) после олимпиады.*

**Задача 1.** У Коли и Кати есть ёлочные игрушки, в сумме у них 96 ёлочных игрушек. Коля отдал 15 своих игрушек Кате, и у них стало игрушек поровну. Сколько игрушек было у Кати изначально?

**Задача 2.** Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами 7 1 2 2 0 2 1 знаки арифметических действий («+», «−», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 13. Можно использовать скобки. В ответ запишите всё выражение целиком.

**Задача 3.** Из числа 6437051928 вычеркните 5 цифр так, чтобы полученное пятизначное число было самым большим из возможных.

**Задача 4.** Кате подарили на день рождения цветы. Когда ее спросили, сколько цветов она получила, Катя ответила: «Я получила 11 роз — красные и желтые, и красные и желтые гвоздики. Красных цветов всего 16, из них 7 роз. Общее количество гвоздик на один больше общего числа красных цветов». На сколько желтых роз меньше, чем желтых гвоздик?

**Задача 5.** Цифровые часы отображают время в 24-х часовом формате ЧЧ:ММ, например, 17:03. Сколько минут в день на дисплее отображается цифра 5?

**Задача 6.** В магазине плюшевых игрушек продаются кенгуру трех видов — мама-кенгуру, папа-кенгуру и кенгурята. Всего 100 игрушек кенгуру. У каждой игрушки мама-кенгуру в сумке по три кенгуренка, а у папы-кенгуру и у кенгурят сумки пустые. Сколько в магазине игрушек папа-кенгуру, если в магазине 77 кенгуру с пустыми сумками?

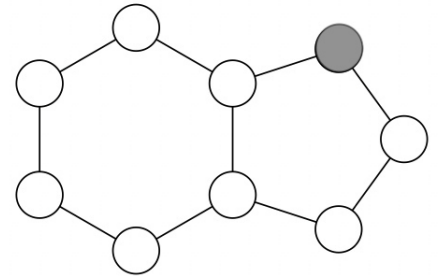
**Задача 7.** Дети выстроились в круг, а потом посчитались, начиная с Васи. Коля был пятым и стоял напротив Тани, которая была тринадцатой. Сколько детей выстроилось в круг?

**Задача 8.** Вася и Петя решили изготавливать свечи. Воск, растопленный в большом горшке, ребята разливают по подготовленным формам. Из каждой формы вынимают по пять свечей и, очищая форму от остатков воска, получают материал для изготовления еще одной свечи. Все остатки ребята снова переплавляют и, как и раньше, производят новые свечи. Эта процедура повторяется до тех пор, пока есть возможность заполнить воском полностью всю форму. Во время первой плавки Вася и Петя использовали весь воск, разлив его по имеющимся формам, и сделали 360 свечей, а все остатки воска сложили в горшок и из него решили сделать вторую плавку. Сколько свечей сделали Петя и Вася при второй плавке?

**Задача 9.** В магазине «Спорт+сад» продаются трехколесные и четырехколесные велосипеды. Вовочка насчитал, что всего в магазине 78 колес, а Петенька насчитал, что всего 23 велосипеда. Сколько в магазине трехколесных велосипедов?

**Задача 10.** Ученики класса имеют возможность принять участие в трех различных соревнованиях по легкой атлетике. Каждый ученик должен принять участие по крайней мере в одном соревновании. В классе 22 ученика выбрали спринтерскую гонку, 13 учеников пошли на прыжки в длину, и 15 учеников приняли участие в соревнованиях по стрельбе. Кроме того, известно, что 8 учеников выбрали спринтерскую гонку и прыжки в длину, 7 учеников выбрали спринтерскую гонку и стрельбу, и 6 учеников сделали выбор в пользу прыжка в длину и стрельбы. Также есть 3 очень амбициозных ученика, которые приняли участие во всех трех соревнованиях. Сколько учеников в классе?


**Задача 11.** Вася расставил числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 (каждое используется по одному разу) в кружочки так, что сумма чисел в шестиугольнике и в пятиугольнике равнялась 24. Какое число могло стоять в сером кружочке? *Укажите все варианты ответов через запятую.*



**Задача 12.** В лесу растет три вида деревьев: береза, дуб и ясень. Лесник решил пронумеровать все деревья в лесу натуральными числами, начиная с 1. Чтобы написать одну цифру, леснику требуется 10 грамм краски. Определите количество деревьев в лесу, если было использовано 3 банки с краской, каждая из которой содержит 15 кг 350 гр краски.

**Задача 13.** Аделя и Марина договорились встретиться в 7:30 перед школой. Аделя думала, что ее часы спешат на 3 минуты, но на самом деле они опаздывают на 6 минут. Марина думала, что ее часы опаздывают на 6 минут, но на самом деле они спешат на 3 минуты. Во сколько Аделя пришла на встречу, если обе девочки думали, что пришли ровно в 7:30?

**Задача 14.** Вася и Петя едут в длинном поезде в двух вагонах. Если Вася пойдет до первого вагона поезда, то он побывает в пяти вагонах (не считая свой). Если Петя пойдет к концу поезда, то он побывает в восьми вагонах (не считая свой). Если Вася пойдет в вагон к Пете, то он побывает в трех вагонах (не считая свой, но считая Петин). Сколько вагонов может быть в поезде? *Укажите все варианты ответов.*

**Задача 15.** У Миши есть доска в форме квадрата  $6 \times 6$  клеточек. Он хочет разрезать ее на 9 фигурок, состоящих из 4 клеточек каждая. При этом он хочет получить как можно больше фигурок вида . Какое наибольшее количество таких фигурок ему удастся получить? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

**Задача 16.** У Пети есть робот и пульт, с помощью которого он может им управлять. На пульте управления есть три кнопки. Одна кнопка перемещает робота на 1 шаг вперед, другая кнопка перемещает его на 2 шага вперед, а третья кнопка перемещает его на 3 шага вперед. Сколько разных способов есть у Пети, чтобы переместить робота на 5 шагов вперед?

**Задача 17.** У Кати есть 5 коробок, каждая коробка содержит только зеленые или только красные шарики. Количество шариков в пяти коробках — 110, 105, 100, 115 и 130. Катя одну коробку подарила подруге. После этого количество зеленых шариков в оставшихся у нее в четырех коробках стало в 3 раза больше количества красных шариков в оставшихся у нее коробках. Сколько шариков Катя подарила подруге?

**Задача 18.** Шесть детей — Антон, Боря, Вася, Гоша, Дима и Елисей стоят в очереди за булочками. Боря и Дима стоят рядом с друг другом, Вася и Гоша тоже стоят рядом с друг другом. Между Гошей и Елисеем ровно 2 человека, между Антоном и Борей тоже ровно 2 человека, а между Антоном и Гошей 1 человек. Елисей стоит раньше Бори, но позже Васи. Кто может стоять пятым в очереди? *Укажите все варианты ответов через запятую.*

**Задача 19.** Мария Петровна пишет на доске несколько различных чисел, после чего ученики у себя в тетради должны записать все возможные суммы пар чисел, что есть на доске, причем если какое-то число получается несколько раз, то его нужно записать только 1 раз. Например, если Мария Петровна запишет числа 1, 2, 6, 7, то ученики должны записать у себя в тетрадах 3, 7, 8, 9, 13. Мария Петровна записала на доске 5 чисел. Какое максимальное количество чисел дети могут записать в своих тетрадах?

**Задача 20.** Доктор Пилюлькин прописал Незнайке 3 вида таблеток: от грусти, от печали и от тоски. Таблетки от грусти надо принимать каждый третий день, от печали — каждый пятый день, а от тоски — каждый седьмой день. Так как у Незнайки было плохое настроение, то он выпил все три таблетки 1 декабря и после этого стал соблюдать режим приема таблеток (то есть, 4 декабря он выпил таблетку от грусти, 6 декабря — от печали и т.д.). Доктор Пилюлькин сказал, что прием таблеток нужно будет прекратить, после того, как два приема таблеток подряд Незнайка примет по две таблетки. Когда Незнайка в последний раз примет таблетки? *В ответе нужно указать дату.* (В декабре 31 день).

# Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2021–22 учебный год

## 5 класс

**Время выполнения заданий — 180 минут    Максимальный балл — 100**

*В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором НЕ разрешается. Правильные ответы будут выложены на сайте [www.kazan-math.com](http://www.kazan-math.com) после олимпиады.*

**Задача 1.** Люций и Максим участвуют в круговой гонке. Гонщики едут с постоянной скоростью всю гонку. За то время, что Люций проезжает 18 кругов, Максим проезжает 16 кругов. Сколько кругов проедет Люций за то время, что Максим проедет 56 кругов?

**Задача 2.** В велогонке «Tour de Казань» приняли участие команды из шести человек. На первом этапе никто не выбыл из гонки. На втором этапе после массового падения выбыли 17 велосипедистов, а на каждом последующем этапе выбывало на три велосипедиста меньше, чем на предыдущем этапе. Финиш седьмого заключительного этапа пересекли 57 велосипедиста. Сколько команд приняли участие в гонке?

**Задача 3.** Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами 7 1 2 2 0 2 1 знаки арифметических действий («+», «-», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 31. Можно использовать скобки. В ответ запишите всё выражение целиком.

**Задача 4.** Автомобиль «Ока» длиной 3 метра преследует грузовик длиной 17 метров. «Ока» движется с постоянной скоростью 30 м/с, а грузовик движется с постоянной скоростью 25 м/с. Сколько секунд потребуется «Оке» на обгон грузовика? Начало обгона считается с того момента, когда передняя часть «Оки» окажется на одном уровне с задней частью грузовика, до момента, когда передняя часть грузовика окажется на уровне задней части «Оки».

**Задача 5.** Аделя и Марина договорились встретиться в 7:30 перед школой. Аделя думала, что ее часы спешат на 4 минуты, но на самом деле они опаздывают на 8 минут. Марина думала, что ее часы опаздывают на 8 минут, но на самом деле они спешат на 4 минуты. Кто из девочек пришел раньше и сколько минут ждал подружку, если они обе думали, что пришли ровно в 7:30? Ответ дать в формате «Имя девочки, время ожидания».

**Задача 6.** Вжик, Чип и Дейл запасаются орехами, грибами и еловыми шишками на зиму. У каждого в сумме одинаковое количество предметов в запасе. У Чипа орехов вдвое больше, чем у Вжика. У Дейла на 20 орехов больше, чем у Вжика. Грибов у каждого по 48 штук. В сумме у них 180 шишек и 180 орехов. Сколько шишек у Чипа?

**Задача 7.** Общий вес трёх уток и двух утят составляет 11 килограммов, общий вес четырех уток и трех утят составляет 15 килограммов. Каков общий вес в килограммах двух уток и одного утенка? Все утки весят одинаково и все утята весят одинаково, но утка и утенок весят не одинаково.

**Задача 8.** Вася и Петя решили изготавливать свечки. Воск, растопленный в большом горшке, ребята разливают по подготовленным формам. Из каждой формы вынимают по 5 свечей и, очищая форму от остатков воска, получают материал для изготовления еще 1 свечи. Все остатки снова переплавляются и, как и раньше, производятся новые свечи. Мальчики повторяют эту процедуру до тех пор, пока есть возможность заполнить воском всю форму. Во время первой плавки Вася и Петя использовали весь воск и сделали 360 свечей, а все остатки из воска сложили в горшок и из него решили сделать вторую плавку, затем третью и так далее, пока была возможность делать свечи. Сколько свечей они сделали всего?

**Задача 9.** На улице Гулливерия, которая соединяет площадь Карликов и площадь Лилипутов, необычная нумерация домов. По правой стороне улицы нумерация домов идет от площади Кар-

ликов до площади Лилипутов, начиная с единицы: 1, 2, 3, ... А по левой — продолжается от площади Лилипутов до площади Карликов. Причем дома на улице расположены таким образом, что каждый дом по правой стороне улицы находится прямо напротив дома по левой стороне улицы. Если дом номер 37 находится напротив номера 64, сколько всего домов на улице?

**Задача 10.** Футболки были выполнены в трех цветах: красном, сером и черном. Количество красных футболок на шесть меньше, чем общее количество черных и серых футболок. Также количество серых футболок на десять меньше, чем общее количество красных и черных футболок. Сколько черных футболок было изготовлено?



**Задача 11.** Четверо друзей спускаются по лестнице. Петя спускается на 2 ступеньки за раз (перешагивает через одну), Вася — на 3 ступеньки за раз (перешагивает через две), Миша — на 4, а Тимур — на 5. Если все вместе ребята наступили только на верхнюю и нижнюю ступеньку, то на сколько ступенек наступило ровно по одному человеку?


**Задача 12.** В книжном магазине Тане понравились 4 книги, но для покупки всех книг Тане не хватало 200 рублей. Она заметила, что если купит три книги, без первой, то у нее останется 450 рублей, если все без второй, то останется 530 рублей, если все без третьей — то 390 рублей, и если все без четвертой — то 490 рублей. Сколько денег было у Тани?

**Задача 13.** Шесть детей — Антон, Боря, Вася, Гоша, Дима и Елисей стоят в очереди за булочками. Боря и Дима стоят рядом с друг другом, Вася и Гоша тоже стоят рядом с друг другом. Между Гошей и Елисеем ровно 2 человека, между Антоном и Борей тоже ровно 2 человека, а между Антоном и Гошей 1 человек. Елисей стоит раньше Бори, но позже Васи. Кто может стоять пятым в очереди? Укажите все варианты ответов через запятую.

**Задача 14.** Кирилл записал в ряд 10 натуральных чисел. Оказалось, что сумма любых трех соседних чисел равна 20. Первое число равно 2, а девятое — 8. Найдите, чему равно пятое число.

**Задача 15.** У Миши есть доска в форме прямоугольника  $4 \times 6$  клеточек и много клетчатых фи-

гурок из четырех клеток вида  и . Он хочет замостить всю доску по клеточкам этими фигурками. Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться

друг на друга и выходить за пределы доски. Сколько фигурок вида  он может использовать? Укажите все варианты ответов через запятую в порядке возрастания.

**Задача 16.** Мария Петровна пишет на доске несколько различных чисел, после чего ученики у себя в тетради должны записать все возможные суммы пар чисел, что есть на доске, причем если какое-то число получается несколько раз, то его нужно записать только 1 раз. Например, если Мария Петровна запишет числа 1, 2, 6, 7, то ученики должны записать у себя в тетрадах 3, 7, 8, 9, 13. Мария Петровна записала на доске какие-то 5 чисел. Какое наименьшее количество чисел школьники могут записать в своих тетрадах?

**Задача 17.** Число назовем **оптимистичным**, если его цифры различны и увеличиваются слева направо. Число, цифры которого различны и убывают слева направо, назовем **пессимистичным**. Сумма семизначного пессимистичного и семизначного оптимистичного числа, состоящего тех же цифр, что пессимистичное число, составляет 11 001 000. Чему может быть равно оптимистичное число? Укажите все варианты ответов.

**Задача 18.** На прямой даны точки  $A, B, C, D, E, F$ . Известно, что  $AB = 1$  см,  $BC = 2$  см,  $CD = 4$  см,  $DE = 8$  см,  $EF = 16$  см. Умар нарисовал всевозможные расположения точек на прямой и в каждом из случаев посчитал, чему равна длина отрезка  $AF$ . Сколько различных чисел получилось у Умара?

**Задача 19.** В примере на сложение трехзначных чисел  $КОТ + ПЕС + ШУМ = 2021$  используются девять различных цифр вместо девяти букв. Какое наименьшее значение может принимать наименьшее из трех слагаемых?

**Задача 20.** В таблице  $3 \times 3$  записаны девять натуральных чисел, как показано на рисунке. Паша закрасил пять чисел, а Даша — три числа. Оказалось, что сумма чисел, закрасенных Пашей, в три раза больше суммы чисел, закрасенных Дашей. Какое число могло остаться незакрасенным? Укажите все варианты.

5	11	14
16	10	7
17	12	18

# Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2021-22 учебный год

6 класс

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл – 100

В каждой из предложенных вам задач нужно **написать правильный ответ**. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно!** Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете **ТОЛЬКО** бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором **НЕ** разрешается. Правильные ответы будут выложены на сайте [www.kazan-math.info](http://www.kazan-math.info) после олимпиады.

**Задача 1.** Решите ребус  $AM + AM + AM = МАЙ$ . Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. *Ответ дать в формате « $A=...$ ,  $M=...$ ,  $Й=...$ »*

**Задача 2.** Дина задумала число. Затем она разделила его на 20, из результата вычла 21, полученное число умножила на 20, а затем прибавила 21. У нее получилось 2021. Какое число она задумала?

**Задача 3.** По двору гуляли цыплята и поросята. Количество пороссячьих ног в пять раз больше количества цыплячьих клювов. А количество пороссячьих хвостов на 9 меньше количества цыплячьих крыльев. Сколько было поросят?

**Задача 4.** Чему равно значение дроби  $\frac{10+12+14+\dots+2018+2020}{15+18+21+\dots+3027+3030}$ ?

**Задача 5.** На день рождения к двойняшкам Алие и Галие пришло много гостей. Оказалось, что каждая из них знает ровно по  $\frac{2}{3}$  гостей. Каждый гость знаком хотя бы с одной из этих девочек, а 6 человек знакомы с ними обеими. Сколько гостей было на празднике?

**Задача 6.** Три медведя съели бочонок меда. Михайло Иванович съел половину бочонка и еще 4 тарелки. Настасья Петровна съела четверть бочонка и еще 3 тарелки. Мишутка съел  $\frac{1}{8}$  бочонка и еще 2 тарелки. После этого бочонок опустел. Сколько тарелок меда помещается в бочонке?

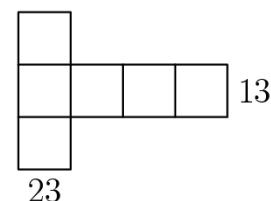
**Задача 7.** Алиса составила башенку из трех фигур: квадрата, прямоугольника и равностороннего треугольника. У всех трех фигур равны периметры. Сторона квадрата равна 6 см. Найдите площадь прямоугольника (в  $\text{см}^2$ ).



**Задача 8.** Вычислить  $(8,04 : \frac{3}{5} + 1\frac{1}{8} \cdot 0,8) : 1,1 - 7\frac{3}{4}$ .

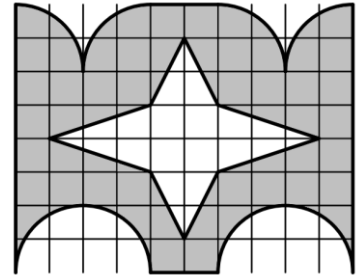
**Задача 9.** Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 7 1 2 2 0 2 1 знаки арифметических действий («+», «-», « $\times$ », « $\div$ ») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 43. Можно использовать скобки. *В ответ запишите все выражение целиком.*

**Задача 10.** Ильяс выбрал шесть чисел из набора 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и вписал их в пустые клеточки фигуры, показанной на рисунке. Сумма чисел, стоящих в горизонтальном ряду, оказалась равна 13, а сумма чисел, стоящих



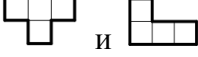
в вертикальном ряду оказалась равна 23. Чему равна сумма всех чисел в фигуре?

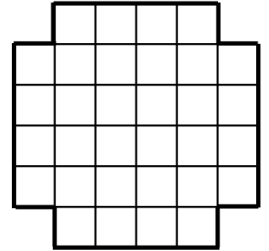
**Задача 11.** Найдите площадь закрашенной фигуры с дыркой. Дырка выделена белым цветом. Площадь одной клетки равна 1. Все кривые линии — части окружностей.



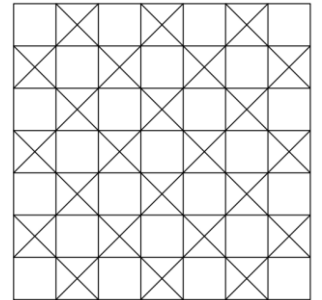
**Задача 12.** Сколькими способами можно выбрать три числа из набора {79, 85, 99, 122, 146, 179, 234} так, чтобы их сумма была четной?

**Задача 13.** У Миши есть доска, показанная на рисунке, и много клетчатых фигурок из четырех

клеток вида . Он хочет замостить всю доску по клеточкам этими фигурками. Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться друг на друга и выходить за пределы доски. Какое а) наибольшее и какое б) наименьшее количество фигурок в форме буквы Г он может использовать? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 10».*



**Задача 14.** Два поезда едут навстречу друг другу. Длина первого поезда — 1,5 км, а второго — в полтора раза меньше. Скорость первого поезда 40 км/ч, а второго — на 50% больше. За какое время поезда проедут друг мимо друга? Время считается от того момента, когда поравняются их головные части, до того момента, когда поравняются их хвостовые части. Ответ дать в минутах.



**Задача 15.** Сколько всего квадратов изображено на рисунке?

**Задача 16.** Четыре человека, каждый из которых либо рыцарь (говорит только правду), либо лжец (всегда лжет), сидят за круглым столом. Они по очереди по кругу высказали следующие утверждения про своих соседей справа и слева. Первый: «Один мой сосед — рыцарь, а другой — лжец». Второй: «Оба мои соседа — лжецы». Третий: «Оба мои соседа — рыцари». Четвертый: «Один мой сосед — рыцарь, а другой — лжец». Кто из них лжецы? Укажите всех.

**Задача 17.** В примере на сложение трехзначных чисел КОТ + ПЕС + ШУМ = 2021 используются девять различных цифр вместо девяти букв. Какое наименьшее значение может принимать наименьшее из трех слагаемых?

**Задача 18.** Женя собирается закрасить в прямоугольнике  $9 \times 10$  несколько клеток (хотя бы одну). Он хочет, чтобы в каждом прямоугольнике  $2 \times 3$  было одинаковое количество закрашенных клеток, а также и в каждом прямоугольнике  $1 \times 5$  было одинаковое количество закрашенных клеток. Какое минимальное количество клеток нужно закрасить Женя, чтобы его условия были выполнены?

**Задача 19.** В таблице  $3 \times 3$  записаны девять натуральных чисел, как показано на рисунке. Паша закрасил пять чисел, а Даша — три числа. Оказалось, что сумма чисел, закрашенных Пашей, в три раза больше суммы чисел, закрашенных Дашей. Какое число могло остаться незакрашенным? Укажите все варианты.

5	11	14
16	10	7
17	12	18

**Задача 20.** Афанасий взял все числа от 1 до 17 и разделил их на две группы: в одной группе — пятнадцать чисел, в другой — два. Оказалось, что сумма всех чисел из первой группы — трёхзначное число, которое можно получить, последовательно записав два числа из второй группы (в каком-то порядке). Чему равна сумма чисел из первой группы?

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников**  
**по математике. 2021-22 учебный год**

**7 класс**

**Время выполнения заданий — 240 минут**

**Максимальный балл – 100**

*В каждой из предложенных вам задач нужно написать правильный ответ. Ответ может быть числовой, а может быть строкой текста. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. Никаких решений задач писать не нужно! Если вы пишете олимпиаду очно, то вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов. Если вы пишете онлайн, то вам нужно ввести ответы в систему. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором НЕ разрешается. Правильные ответы будут выложены на сайте [www.kazan-math.info](http://www.kazan-math.info) после олимпиады.*

**Задача 1.** Решите ребус  $OX + OX + XO = XOП$ . Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. *Ответ дать в формате « $O=...$ ,  $X=...$ ,  $П=...$ »*

**Задача 2.** Тимофей нарисовал на листочке две точки  $A$  и  $B$  так, что расстояние между ними составило 10 см. Затем дорисовал точку  $C$  такую, что расстояние от  $B$  до  $C$  составило 3 см. Наконец, он нарисовал точку  $D$  на расстоянии 4 см от точки  $C$ . Какое наименьшее расстояние между точками  $A$  и  $D$  могло оказаться?

**Задача 3.** У Андрея живут золотые рыбки, количество которых каждый месяц увеличивается вчетверо. У Нияза живут серебряные рыбки, количество которых каждый месяц увеличивается вдвое. Сейчас у Андрея 4 золотые рыбки, а у Нияза — 128 серебряных. Через сколько месяцев у них станет поровну рыбок?

**Задача 4.** Три медведя съели бочонок меда. Михайло Иванович съел треть бочонка и еще 6 тарелок. Настасья Петровна съела четверть бочонка и еще 4 тарелки. Мишутка съел пятую часть бочонка и еще 3 тарелки. После этого бочонок опустел. Сколько тарелок меда помещается в бочонке?

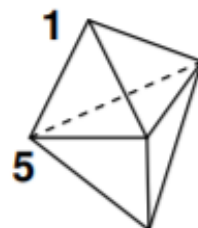
**Задача 5.** На день рождения к двойняшкам Алие и Галие пришло много гостей. Оказалось, что Алия знает 70% гостей, а Галия — 60%. Каждый гость знаком хотя бы с одной из этих девочек, а 6 человек знакомы с ними обеими. Сколько гостей было на празднике?

**Задача 6.** Сколько чисел от 33 до 100 делятся на 3 и не содержат в своей записи цифру «3»?

**Задача 7.** Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 7 1 2 2 0 2 1 знаки арифметических действий («+», «-», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 54. Можно использовать скобки. *В ответ запишите все выражение целиком.*

**Задача 8.** Вычислите  $1\frac{32}{49} : \left(5\frac{15}{49} - 3\frac{13}{14}\right) + \frac{2}{3} \cdot (4,35 - 4,68 : 2,6) + 2,94 \cdot \frac{5}{7}$ .

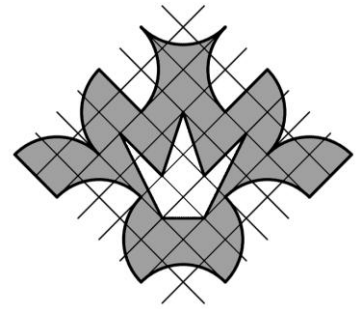
**Задача 9.** В каждой из пяти вершин объемной фигуры, изображенной на рисунке, расставили числа (необязательно различные), но некоторые из них стерлись. Сумма чисел в вершинах каждой из шести граней-треугольников одинаковая. Какова сумма всех пяти чисел?



**Задача 10.** Ренат написал на доске числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Какое из чисел он должен стереть для того, чтобы среднее арифметическое оставшихся было равно 6,1?

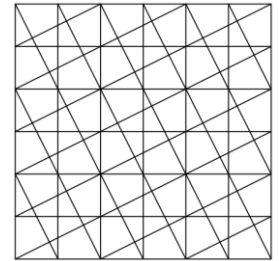
**Задача 11.** Оттолкнувшись левой лапой, заяц прыгает на 40 см, правой — на 65 см, а обеими — на 75 см. Какое наименьшее число прыжков должен сделать заяц, чтобы преодолеть ровно 100 метров?

**Задача 12.** Найдите площадь фигуры закрашенной фигуры с дыркой. Дырка в фигуре выделена белым цветом. Все кривые линии — части окружностей. Площадь одной клетки равна 1.



**Задача 13.** Расстояние в 150 км от города до деревни автомобиль проехал со средней скоростью 35 км/ч. Часть пути по асфальтированной дороге он ехал со скоростью 70 км/ч, а другую часть, по бездорожью, — со скоростью 20 км/ч. Какое расстояние автомобиль проехал по асфальтированной дороге?

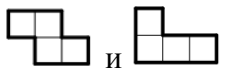
**Задача 14.** Вжик, Чип и Дейл запасаются орехами, грибами и еловыми шишками на зиму. У каждого в сумме одинаковое количество предметов в запасе. У Чипа орехов вдвое больше, чем у Вжика, а у Дейла на 20 орехов больше, чем у Вжика. У Дейла вдвое больше грибов, чем у Чипа, но втрое меньше шишек, чем у Вжика. Шишек у Чипа на 30 больше, чем грибов. А грибов у Вжика на 10 больше, чем шишек у Дейла. В сумме у них 180 орехов. Сколько шишек у Чипа?


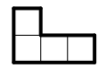


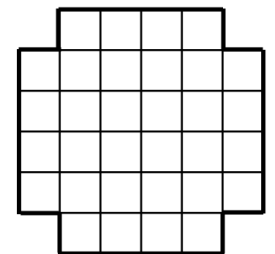
**Задача 15.** Сколько всего квадратов изображено на рисунке?

**Задача 16.** Алина придумала целое число  $n$ , имеющее ровно два натуральных делителя. Оказалось, что число  $n + 1$  имеет ровно три натуральных делителя. Можно ли определить, сколько натуральных делителей имеет число  $n + 2$ ? Если можно, то сколько именно? Любое натуральное число делится само на себя.

**Задача 17.** У Миши есть доска, показанная на рисунке, и много клетчатых фигурок из четырех

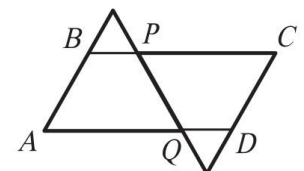


клеток вида  и . Он хочет замостить всю доску по клеточкам этими фигурками. Фигурки можно поворачивать и переворачивать, но они не могут накладываться друг на друга и выходить за пределы доски. Какое а) наибольшее и какое б) наименьшее количество фигурок в форме буквы Г он может использовать? *Ответ оформить в виде «а) 20, б) 10».*



**Задача 18.** Четыре человека, каждый из которых либо рыцарь (говорит только правду), либо лжец (всегда лжет), сидят за круглым столом. Они по очереди по кругу высказали следующие утверждения. Первый: «Соседи второго — рыцарь и лжец». Второй: «Соседи третьего — рыцарь и лжец». Третий: «Соседи четвертого — лжецы». Четвертый: «Соседи первого — рыцари». Про кого из них нельзя точно определить, кто он — рыцарь или лжец? Укажите номера всех таких людей.

**Задача 19.** Два одинаковых равносторонних треугольника приложены друг к другу. После этого их стороны продлили, как показано на рисунке. Периметр четырехугольника  $ABCD$  равен 2020. Чему равна длина отрезка  $PC$ ?



**Задача 20.** У Максима есть калькулятор с кнопкой, которая заменяет число  $x$ , горящее на экране, на число  $\frac{1}{1-x}$  (если  $x \neq 1$ , иначе калькулятор выдаст ошибку). Например, если на экране горит число 2, то калькулятор покажет число  $-1$ . Сейчас калькулятор показывает число 53. Какое число он будет показывать, если нажать эту кнопку 100 раз?



## 8 класс

1. Вася задумал четырёхзначное число и для каждой пары его соседних цифр выписал на доску их произведение. После этого он стёр одно произведение, и на доске остались числа 20 и 21. Какое наименьшее число мог задумать Вася?

2. Трое друзей живут в домах с разными номерами. Оказалось, что у каждого из них номер этажа совпадает с номером дома одного из его друзей. Может ли эта ситуация сохраниться, если

а) один из друзей переедет в своём доме на один этаж выше?

б) каждый из друзей переедет в своём доме на один этаж выше?

3. Последнюю цифру четырёхзначного числа переставили в начало (например,  $1234 \rightarrow 4123$ ) и полученное число сложили с исходным. Сумма оказалась равной 3333. Чему равно исходное число, если известно, что в его записи нет цифры 0? Найдите все возможные варианты.

4. Квадрат  $10 \times 10$  разрезали по клеточкам на 17 прямоугольников, у которых длины обеих сторон больше 1. Какое наименьшее число квадратов могло оказаться среди этих прямоугольников? Приведите пример такого разрезания.

5. Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Известно, что  $AB = BC = CD$ ,  $AO = 8$  и  $\angle BOC = 120^\circ$ . Чему равно  $DO$ ?

Продолжительность олимпиады — 4 часа.

## 9 класс

1. Число 400 разделили на четыре части так, что если к первой части прибавить 1, от второй отнять 2, третью умножить на 3, а четвёртую разделить на 4, то все результаты будут равными. На какие части разделили число 400?

2. В школе учатся мальчики и девочки. Средний возраст мальчиков отличается от среднего возраста девочек, но среднее этих двух чисел совпадает со средним возрастом всех школьников. Кого в школе больше — мальчиков или девочек?

3. Известно, что уравнения  $x^2 + ax + b = 0$  и  $x^3 + bx + a = 0$  имеют общий корень и  $a > b > 0$ . Найдите его.

4. В школьном турнире по шахматам соревновались мальчики и девочки, причём мальчиков было в 5 раз больше, чем девочек. По правилам турнира каждый шахматист играл с каждым другим *дважды*. Сколько всего игроков принимали участие, если известно, что мальчики набрали в сумме ровно в два раза больше очков, чем девочки? (За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков.)

5. Точки  $O$  и  $I$  — центры описанной и вписанной окружностей треугольника  $ABC$ ,  $M$  — середина дуги  $AC$  описанной окружности (не содержащей  $B$ ). Известно, что  $AB = 15$ ,  $BC = 7$  и  $MI = MO$ . Найдите  $AC$ .

Продолжительность олимпиады — 4 часа.

## 10 класс

1. В школе учатся мальчики и девочки. Средний возраст мальчиков отличается от среднего возраста девочек, но среднее этих двух чисел совпадает со средним возрастом всех школьников. Кого в школе больше — мальчиков или девочек?

2. На доске в строчку написаны двадцать троек. Поставив между некоторыми из них знак «+», Вася обнаружил, что сумма равна 600. Сколько плюсов поставил Вася?

3. Верно ли, что при любых  $a$ ,  $b$  и  $c$  хотя бы одно из уравнений  $ax^2 + 2bx + c = 0$ ,  $bx^2 + 2cx + a = 0$ ,  $cx^2 + 2ax + b = 0$  имеет решение?

4. В школьном турнире по шахматам соревновались мальчики и девочки, причём мальчиков было в 5 раз больше, чем девочек. По правилам турнира каждый шахматист играл с каждым другим *дважды*. Сколько всего игроков принимали участие, если известно, что мальчики набрали в сумме ровно в два раза больше очков, чем девочки? (За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков.)

5. Угол  $A$  ромба  $ABCD$  равен  $60^\circ$ . Прямая, проходящая через точку  $C$ , пересекает отрезок  $AB$  в точке  $M$  и прямую  $AD$  — в точке  $N$ . Докажите, что угол между прямыми  $MD$  и  $NB$  равен  $60^\circ$ .

Продолжительность олимпиады — 4 часа.

## 11 класс

1. В школе учатся мальчики и девочки. Средний возраст мальчиков отличается от среднего возраста девочек, но среднее этих двух чисел совпадает со средним возрастом всех школьников. Кого в школе больше — мальчиков или девочек?

2. Докажите, что для любых неотрицательных чисел  $x$  и  $y$  справедливо неравенство:

$$2^x x + 2^y y \geq 2^y x + 2^x y.$$

3. Точки  $O$  и  $I$  — центры описанной и вписанной окружностей треугольника  $ABC$ ,  $M$  — середина дуги  $AC$  описанной окружности (не содержащей  $B$ ). Известно, что  $AB = 15$ ,  $BC = 7$  и  $MI = MO$ . Найдите  $AC$ .

4. Найдите все пары натуральных чисел  $a$  и  $b$  такие, что  $3^a + 4^b$  является квадратом целого числа.

5. Даны  $n$  различных положительных чисел. Из них составляются суммы с любым числом слагаемых от 1 до  $n$ .

- а) Какое наименьшее количество различных сумм можно получить?
- б) Какое наибольшее количество различных сумм можно получить?

Продолжительность олимпиады — 4 часа.